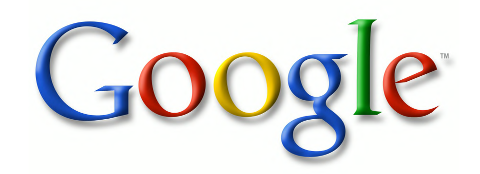
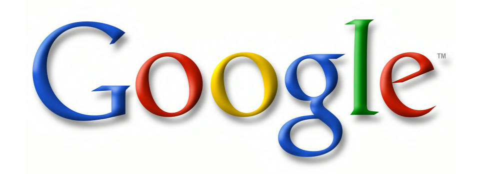

Google


Google

Experimental-Untersuchungen über die elastische Längs- und Torsions-Nachwirkung.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

MATHEMATISCHEN UND NATURWISSENSCHAFTLICHEN FAKULTÄT

DER

KAISER-WILHELMS-UNIVERSITÄT STRASSBURG

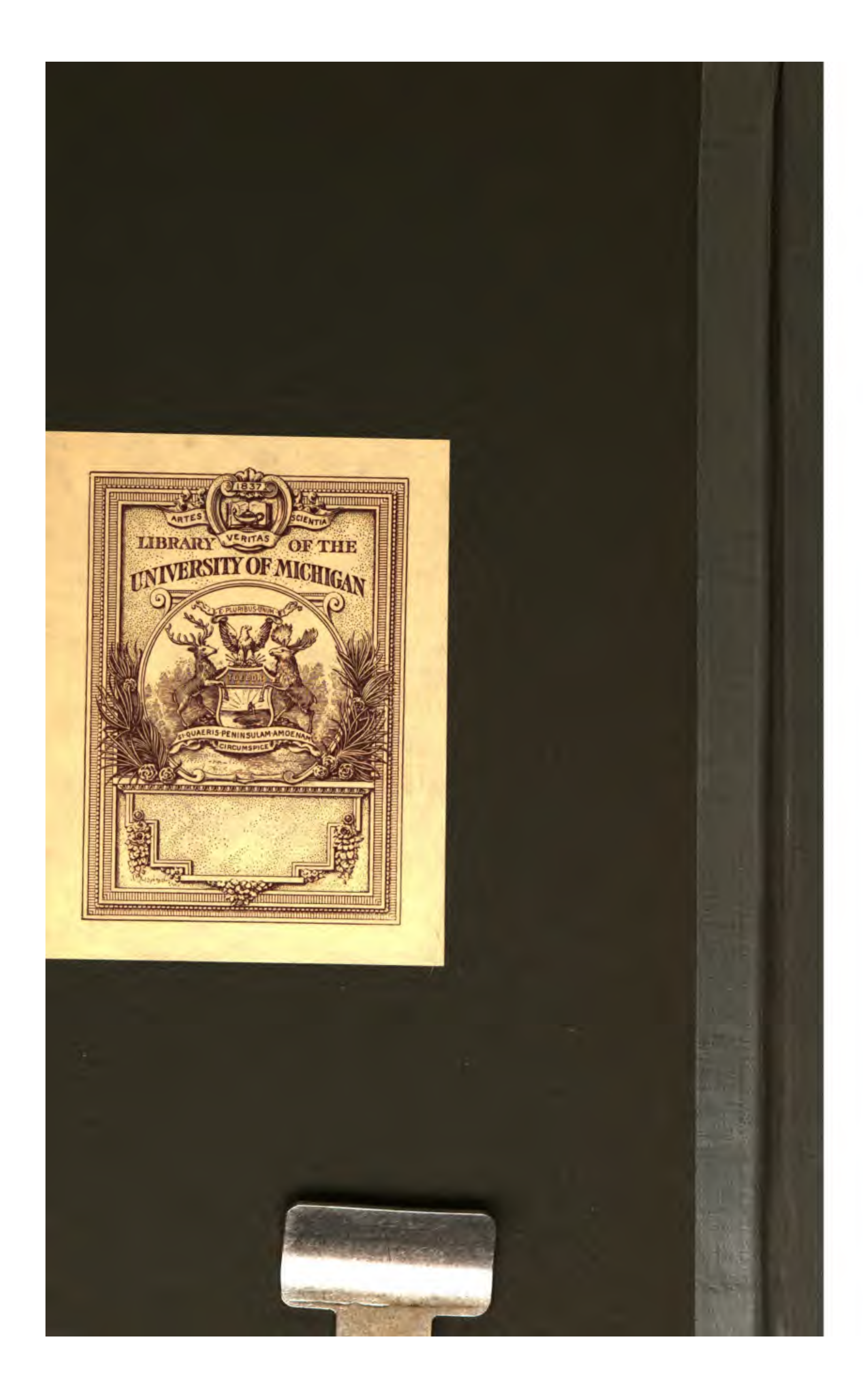
ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT VON

LOUIS AUSTIN
AUS ORWELL VERMONT U. S. A.

STRASSBURG
Universitäts-Buchdruckerei von J. H. Ed. Heitz (Heitz & Mündel)
1893.


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Experimental-Untersuchungen
über die
elastische Längs- und Torsions-Nachwirkung.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

MATHEMATISCHEN UND NATURWISSENSCHAFTLICHEN FAKULTÄT

DER

KAISER-WILHELMS-UNIVERSITÄT STRASSBURG

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT VON

Winslow
LOUIS AUSTIN
AUS ORWELL VERMONT U. S. A.

STRASSBURG
Universitäts-Buchdruckerei von J. H. Ed. Heitz (Heitz & Mündel)
1893.

Die Thatsache, dass die Deformation eines elastischen Körpers, welcher irgend einer Spannung unterworfen wurde, selbst wenn die Elasticitätsgrenze nicht überschritten war, noch längere Zeit nach der Spannung andauert, wurde bekanntlich zuerst von W. Weber[1]) an Seidenfäden beobachtet und von ihm mit dem Namen „elastische Nachwirkung" belegt.

Weitere Beobachtungen über diesen Gegenstand wurden dann später von F. Kohlrausch[2]) angestellt, welcher seine Untersuchungen auf Glasfäden, Gummifäden und verschiedene Sorten von Metalldrähten ausdehnte und bewies, dass die elastische Nachwirkung nach vorausgegangener Torsion, in allen diesen Körpern, sowie im Gummi auch nach einer Dehnung und Biegung, denselben Gesetzen folgt. Die Hauptresultate seiner Untersuchungen mögen hier kurz aufgeführt werden.

I. War ein Körper deformirt, so ist die darauf folgende elastische Nachwirkung nahezu der Deformation proportional.

II. Bei verschiedener Zeitdauer der Deformation ist die Nachwirkung nahe proportional einer Potenz dieser Zeit.

III. Diese Nachwirkung wächst bedeutend mit der Temperatur.

IV. Die Curven, welche den Verlauf der Abnahme der elastischen Nachwirkung nach der Anwendung verschieden

---

1) W. Weber: Pogg. Ann. XXXIV S. 247; LIV S. 1.

2) F. Kohlrausch: Pogg. Ann. CXIX S. 337; CXXVIII S. 7—207—399; CLVIII S. 337; CLX S. 225.

starker, während gleicher Zeiträume wirkender Deformationen darstellen, sind in erster Annäherung einander ähnlich.

V. In allen diesen Fällen liess die Nachwirkung sich durch die Formel ausdrücken:

$$1. \quad -\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t^n}, \quad x = Ce^{-at^m},$$

wo $\alpha = am$ und $n = 1 - m$ ist.

Oft genügt die specielle Form ($n = 1$)

$$2. \quad -\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{x}{t}, \quad x = \frac{c}{t^\alpha}.$$

Hier bedeutet immer t die Zeit, welche seit dem Aufhören der vorangegangenen Deformation, bezw. nach dem plötzlichen Eintreten der deformirenden Kraft verflossen ist, x den Abstand der augenblicklichen Körpergestalt von der endlichen Gleichgewichtsgestalt, α, n, C und c sind Constanten. Die Formel (2) kann, wie sich herausgestellt hat, in allen denjenigen Fällen Anwendung finden, wo der Körper nicht während allzu langer Zeit im Zustande der Spannung verblieb.

Kohlrausch untersuchte auch die auf eine Dehnung und Biegung folgende elastische Nachwirkung, beschränkte diese Beobachtungen jedoch auf Körper aus Kautschuk und Hartkautschuk.

Die späteren Beobachtungen von zahlreichen Verfassern, soweit sie sich auf die oben unter 1 und 4 ergebenen Verhältnisse bezogen, haben sich durch diese Formeln darstellen lassen.

Eine theoretisch abgeleitete Formel für die elastische Nachwirkung ist durch Boltzmann[1]) gegeben worden. Dieselbe beruht auf der Annahme, dass eine vorausgegangene Deformation δ, welche während der Zeit $d\theta$ bestanden hatte, eine Nachwirkung hinterlässt, die mit $\delta . d\theta$ und einer Function der seitdem verflossenen Zeit θ proportional ist, ferner, dass verschiedene Nachwirkungen sich einfach superponiren.

Eine specielle Form der Boltzmann'schen Hypothese sagt, das die Nachwirkung proportional $\delta . \frac{d\theta}{\theta}$ ist.

---

1) Boltzmann. Pogg. Ann. Erg. Bd. VII S. 624.

Wenn also ein Körper während der Zeit T die Deformation δ erlitten hatte, so wird zu der Zeit t, gerechnet von dem Zeitpunkte, wo die Spannung aufhörte, noch eine Nachwirkung x vorhanden sein, welche, wenn p eine Constante des Körpers ist, folgende Relation befriedigt:

$$x = p\,\delta \int_{t}^{t+T} \frac{d\,\theta}{\theta} = p\,\delta \log \frac{t+T}{t}.$$

Beobachtungen über Längsnachwirkung an Metallen sind wohl nur von Miller[1]) angestellt worden, und zwar in einer Form, die nicht den ganzen Verlauf des Vorganges zu verfolgen gestattete.

Ich habe desshalb eine Reihe von Beobachtungen über die Längs-Nachwirkung verschiedener Drahtsorten ausgeführt und zugleich auch die Nachwirkung einer vorausgegangenen Torsion an denselben Drähten untersucht.

Es gereicht mir zur besonderen Ehre, Herrn Professor Dr. Kohlrausch auch an dieser Stelle für die Anregung, das Interesse und die vielfache Förderung, die ich durch ihn bei diesen Untersuchungen erfahren habe, meinen aufrichtigen Dank aussprechen zu dürfen.

Die Hauptfragen, welche ich in der folgenden Untersuchung zu beantworten suche, sind folgende:

I. Folgt die durch eine Dehnung hervorgerufene elastische Nachwirkung denselben Gesetzen, wie die durch Torsion veranlasste?

II. In welcher Weise hängt die Geschwindigkeit der Rückkehr zu der Gleichgewichtslage von der Dauer der ursprünglichen Gestaltsänderung ab?

III. Sind die Curven, welche den Verlauf der elastischen Längs-Nachwirkung während der Belastung und nach der Entlastung darstellen, congruent?

IV. Welche Grössen-Beziehungen bestehen zwischen der durch Torsion und der durch Dehnung erzeugten Nachwirkung?

---

[1]) Miller, Sitz. Berichte der k. bayr. Akademie 1878.

Apparat.

Derjenige Theil der folgenden Untersuchungen, welcher sich auf die Längs-Nachwirkung bezieht, wurde in dem Thurm des physikalischen Instituts ausgeführt, welcher Drähte von 23 m Länge zu benutzen gestattet und ausserdem durch seine nördliche Lage und seine starken massiven Wände die Erhaltung einer hinreichend constanten Temperatur ermöglicht.

Der Thurm enthält 4 isolirte feste Pfeiler, welche nahe unter seiner Spitze endigen. Die Drähte, welche zu den Untersuchungen benutzt wurden, waren mittelst eiserner Klammern an einem 25 cm dicken Balken, der auf zwei diagonal gegenüber stehenden Pfeilern ruhte und so eine solide Stütze gewährte, befestigt. Um sicher gegen zufällige Verschiebungen des Aufhängepunktes der Drähte zu sein, wurde mit Hülfe eines Mikroskopes, welches an einem zweiten Balken angebracht war, von Zeit zu Zeit eine an den einzelnen Drähten, in der Nähe des Aufhängepunktes befindliche Marke beobachtet.

Zur Elimination der Temperaturstörungen wurden zwei Drähte desselben Materials benutzt. Der eine trug ein constantes kleines Gewicht und zugleich die Marke, welche als Nullpunkt bei den Beobachtungen diente; derjenige, an welchem die eigentlichen Untersuchungen über die elastische Nachwirkung angestellt wurden, hing 2 mm neben dem „Thermometerdraht" und lief durch das hohle Gewicht, welches diesen gespannt hielt. Am unteren Ende des zweiten Drahtes war die Schale befestigt, welche zur Aufnahme der Gewichte diente, und unter dieser stand ein gewöhnlicher grosser Wasserdämpfer. Um ferner Torsions-Schwingungen zu verhindern, war jeder Draht mit einem leichten Arme versehen, welcher ohne Zwang zwischen zwei an eisernen Stiften befestigten Stäben spielte.

Die Ablesungen wurden mit Hülfe eines Mikroskopes ausgeführt, das mit einem Okular-Mikrometer versehen war und Ablesungen bis zu 0,001 mm gestattete. Als Ablesungsmarken dienten Glasfäden, welche mit Siegellack an den Drähten befestigt waren.

Die von Herrn Thompson[1]) bei seiner Untersuchung über das Gesetz der elastischen Dehnung hergestellten Vorrichtungen konnten hierbei mehrfach benutzt werden.

Es war auch der Versuch gemacht worden, die Bestimmungen mit Hülfe von Spiegel und Scala zu bewerkstelligen; zu diesem Zwecke wurde ein leichter Draht-Rahmen, der den Spiegel trug, mit drei Nadelspitzen versehen, von denen zwei in konischen Vertiefungen eines an dem Thermometerdraht befestigten Messingstückes ruhten, während die dritte in ähnlicher Weise einen Stützpunkt an dem Versuchsdrahte fand. Wenn der zweite Draht gespannt war, musste der Rahmen an einem dritten Ruhepunkte durch einen Draht gestützt werden, welcher so angebracht war, dass er den Rahmen auffing, wenn der zweite Draht sich ausdehnte. Diese Einrichtung funktionirte sehr gut, so lange die dritte Metallspitze nicht aus ihrer Vertiefung entfernt wurde. Die Schwierigkeit bestand darin, dass, wenn der gespannte Draht von der Belastung befreit wurde und wieder als Stütze für den Rahmen mit Spiegel diente, der Nullpunkt auf der Scala gewöhnlich drei oder vier mm von seiner ursprünglichen Stellung entfernt war; diese Unsicherheit des Nullpunktes machte die Anwendung dieser Methode unmöglich.

Um eine seitliche Bewegung zu verhindern, bewegten sich die Drähte ohne merkliche Reibung etwas unterhalb der Marken in einem von zwei dünnen, aber hinreichend steifen Glasfäden gebildeten Winkel; die Glasfäden waren an einem Rahmen befestigt, der von dem schon oben erwähnten Stifte getragen wurde.

Die Durchschnittstemperatur des Thurmes wurde aus der mit Hülfe eines zweiten Mikroskopes beobachteten Ausdehnung bezw. Zusammenziehung des Thermometerdrahtes berechnet.

Die Untersuchungen über die T o r s i o n s - N a c h w i r k u n g wurden in einem andern Raume des Instituts ausgeführt; der Versuchsdraht hing in einem Gehäuse an einem mit einer Teilung versehenen Torsionskopfe und trug an seinem unteren Ende einen Spiegel und ein kleines Spannungsgewicht, welches mit einem Wasser-Dämpfer verbunden war. Um zu grosse Schwingungs-

---

1) J. O. Thompson Wied. Ann. Bd. 44, S. 555.

Amplituden zu verhindern und das untere Ende des Drahtes bei der Anwendung der Torsion an seiner Stelle zu erhalten, ging von dem den Draht spannenden Gewichte ein seitlicher Arm aus, welcher zwischen zwei aufrechten Drähten spielte. Die Beobachtungen wurden in der gewöhnlichen Weise mit Spiegel und Scala ausgeführt.

Anordnung der Messungen.

Die Längs-Nachwirkung.

Die beiden Drähte wurden in der oben näher angegebenen Weise befestigt und dann 24 Stunden hindurch mit einem Gewichte belastet, welches doppelt so schwer war, als irgend eines der bei den folgenden Versuchen zu benutzenden Gewichte; hierauf wurden die Drähte von ihrer Belastung befreit und nach Verlauf von 3 bis 8 Tagen die Beobachtungen begonnen. Der ersten Beobachtung einer jeden Reihe, welche immer $^1/_2$ Minute nach Entfernung des Gewichtes gemacht wurde, kann kein allzu grosses Gewicht beigelegt werden, da der Draht dann noch nicht vollständig zur Ruhe gekommen war; diese Zahlen sind desshalb bei der Berechnung der Constanten nicht benutzt worden.

Die Torsions-Nachwirkung.

Die Drähte, welche zur Beobachtung der Torsions-Nachwirkung dienten, wurden an dem Kopfe befestigt, einer bedeutenden Torsion unterworfen und dann nach Ruhepausen von mehreren Tagen, in einigen Fällen von mehreren Wochen, zur Untersuchung benutzt. Die nach Verlauf einer halben Minute gemachten Beobachtungen sind auch hier nicht hinreichend genau, da der Spiegel dann noch immer in Bewegung war und eine sichere Ablesung unausführbar machte.

Nachdem eine Reihe von Messungen ausgeführt war, wurde derselbe Draht nicht eher wieder zur Beobachtung benutzt, bis die alte Nachwirkung vollständig verschwunden war, oder bis der Draht in der Zeit, welche zur Ausführung einer Reihe von Versuchen erforderlich war, keine merkliche Bewegung mehr zeigte.

Die Bedeutung der angewandten Zeichen ist hier und in der ganzen Arbeit folgende:

τ bezeichnet die Temperatur,
W „ das Belastungs-Gewicht,
L „ die demselben entsprechende Verlängerung,
φ „ den Torsionswinkel,
T „ die Dauer der Deformation,
t „ die nach der Aufhebung der Deformation bez. nach Eintritt derselben verflossene Zeit,
x „ die Nachwirkung,
x_1 ist die für $t = 1$ beobachtete Nachwirkung,
c ist die für $t = 1$ berechnete Nachwirkung.
Δ ist gleich x beob. — x berechn.
λ ist $\frac{x_1}{L}$ bei der Verlängerung.
λ' ist $\frac{x_1}{\varphi}$[1]) bei der Torsion

Längs-Nachwirkung eines 23 m langen, 0,30 mm dicken Messigndrahtes.

Zugfestigkeit	4,7 kg
Constantes Spannungsgewicht	0,65 kg
Verlängerung für 1 kg	36,00 mm

Tabelle I giebt in einer Reihe von Beobachtungen die elastische Längs-Nachwirkung, welche nach verschieden starken Belastungen in gleichen Zeiträumen und nach gleicher Belastung in verschiedenen Zeiträumen erhalten wurde.

Als Einheit für die Längs-Nachwirkung wird 0,01 mm genommen.

Die ersten drei Reihen stellen die elastische Nachwirkung dar, welche auf eine drei Minuten währende Belastung von 0,5 kg, 0,7 kg und 1,0 kg erfolgt.

---

[1]) x_1 und L bez. x_1 und φ je in gleichem Mass gemessen.

TABELLE I.

T = 3 Min.

W = 0,5 kg.	W = 0,7 kg.	W = 1 kg.
L = 1800.	L = 2520.	L = 3600.
τ = 20°,7	τ = 19°,3	τ = 19°,7.

t	x		Δ	x		Δ	x		Δ
Min.	beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.	
0,5	2,0	2,16	—,16	3,2	3,43	—,23	4,6	4,85	—,25
1	1,6	1,55	+,05	2,4	2,46	—,06	3,2	3,48	—,28
2	1,2	1,11	+,09	1,8	1,76	+,04	2,6	2,50	+,10
3	1,0	0,91	+,09	1,5	1,45	+,05	2,2	2,05	+,15
5	0,7	0,72	—,02	1,2	1,14	+,06	1,8	1,61	+,19
7	0,5	0,61	—,11	1,0	0,97	+,03	1,4	1,37	+,03
10	0,3	0,51	—,21	0,8	0,81	—,01	1,2	1,15	+,05
15				0,6	0,67	—,07	0,9	0,95	—,05
20				0,5	0,58	—,08	0,8	0,83	—,03

c = 1,55 c = 2,46 c = 3,48

$\alpha = 0{,}48$ $x = \frac{c}{t^{\alpha}}$

W = 1 kg. L = 3600

T = 27 Min.	T = 81 Min.
τ = 20°,0	τ = 19°,7

t	x		Δ	x		Δ
Min.	beob.	ber.		beob.	ber.	
1	10,2	10,13	+,07	16,0	15,89	+,11
2	8,8	8,78	+,02	13,8	14,06	—,26
3	7,8	7,96	—,16	12,8	12,92	—,12
5	6,8	6,91	—,11	11,4	11,44	—,04
7	6,1	6,21	—,11	10,6	10,44	+,16
10	5,4	5,48	—,08	9,2	9,38	—,18
15	4,6	4,67	—,07	8,2	8,18	+,02
20	4,0	4,12	—,12	7,4	7,34	+,06
30	3,4	3,39	+,01	6,4	6,21	+,19
40	3,2	2,90	+,30			
50	2,8	2,55	+,25	5,0	4,87	+,13
70	2,0	2,06	—,06			
80				3,8	3,75	+,05
110				3,2	3,08	+,12

C = 18,80 C = 27,00
a = 0,618 a = 0,530

$m = 0{,}30$ $x = Ce^{-at^{m}}$

Da die sämmtlichen von Kohlrausch beobachteten Nachwirkungen nach einer kurz dauernden Deformation sich aus der Formel 2 (S. 2) berechnen liessen, und zwar die meisten mit nahe demselben Exponenten α, so war der Versuch anzustellen, ob die Längs-Nachwirkung dieselbe Beziehung zeigte. Man sieht, dass dies hinreichend genähert der Fall ist. Dass die Nachwirkung nach den grösseren Deformationen ein wenig langsamer als nach den geringeren verschwindet, stimmt mit den Beobachtungen Kohlrausch's über die Torsion von Metalldrähten.

Ebenso ist mit jenen Beobachtungen in Uebereinstimmung, dass die Nachwirkung nach länger dauernden Deformationen sich der Specialformel 2 nicht fügt, sondern die allgemeine Formel verlangt.

Kohlrausch fand ferner, dass bei einer bestimmten Temperatur der Wert von x_1 nahezu dem Drehungswinkel φ bei der Torsions-Nachwirkung oder dem Belastungsgewicht W bei der Längs-Nachwirkung und ausserdem einer Potenz der Zeitdauer T proportional ist, oder:

$$x_1 = K W T^{\beta}.$$

Um diese Beziehung für die Längs-Nachwirkung zu prüfen, habe ich die Beobachtungen der Tab. I und einige andere benutzt, welche nicht ausführlich wiedergegeben sind.

Alle Beobachtungen sind auf die Temperatur $20^0{,}0$ reducirt (vergl. S. 15)

Setzt man $K = 2{,}13$, $\beta = 0{,}46$, so erhält man also : $x_1 = 2{,}13 . W \cdot T^{0.46}$

TABELLE II.

W	T	x_1 beob.	x_1 ber.	Δ
1 kg.	1 min	2,14	2,13	+ 0,01
»	3	3,23	3,53	— 0,30
»	9	5,80	5,85	— 0,05
»	27	10,20	9,70	+ 0,50
»	81	16,12	16,08	+ 0,04
0,7	3	2,44	2,47	— 0,03
0,5	3	1,58	1,76	— 0,18

Die Verlängerung des Drahtes für ein Gewicht von 1 kg beträgt 36 mm.

Ersetzt man die Belastung W durch die Verlängerung L so bekommt man also mit Rücksicht darauf, dass x_1 in 0,01 mm ausgedrückt ist, für 20,°0 und T = 1 Min.

$$\frac{x_1}{L} = 0{,}00059 = \lambda.$$

Torsions-Nachwirkung eines 35 cm langen, 0,3 mm dicken Messingdrahtes.

Von diesen Beobachtungen, welche durchweg den schon bekannten Beziehungen folgten, teile ich nur eine kleine Zahl mit.

Tabelle III zeigt in den Resultaten dreier Beobachtungsreihen den Verlauf der Nachwirkung für verschieden starke Torsion, φ bedeutet hier den Drehungswinkel, die anderen Zeichen haben dieselbe Bedeutung wie in Tabelle I.

TABELLE III.

Messing-Torsion.

T = 2 Min.

$\varphi = 30°$; $\tau = 23°,3$. $\varphi = 60°$; $\tau = 23°,2$. $\varphi = 90°$; $\tau = 23°,6$.

t	x		Δ	x		Δ	x		Δ
	beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.	
0,5	4,0	4,50	—,50	8,0	8,56	—,56	12,8	13,23	—,43
1	2,9	2,99	—,09	5,5	5,69	—,19	8,5	8,79	—,29
2	2,1	1,99	+,11	4,0	3,78	+,22	6,0	5,84	+,16
3	1,8	1,56	+,24	3,1	2,98	+,12	4,8	4,60	+,20
5	1,0	1,16	—,16	2,4	2,20	+,20	3,6	3,40	+,20
7	0,9	0,95	—,05	2,0	1,81	+,19	2,9	2,79	+,11
10	0,8	0,77	+,03	1,3	1,46	—,16	2,1	2,26	—,16
15				1,1	1,15	—,05	1,8	1,78	+,02
20				0,9	0,97	—,07	1,5	1,50	±,00

c = 2,99 c = 5,69 c = 8,79

$\alpha = 0{,}59$ $x = \frac{c}{t^{\alpha}}$.

Die Ähnlichkeit der Curven tritt hier klar hervor, und die Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Werten ist mit Ausnahme derjenigen für t = 0,5 Minuten sehr gut. x ist hier in Scalenteilen, welche einzeln gleich $0{,}018^0$ sind, gegeben.

Der Wert von x_1 für $T = 1$ und $\tau = 20^0$ ist durch den Drehungswinkel ausgedrückt:

$$\frac{0{,}018 . x_1}{\varphi} = 0{,}0011 = \lambda'.$$

Vergleicht man dieses Resultat mit dem entsprechenden für die Dehnung erhaltenen, so ergiebt sich:

$$\lambda' = 1{,}9\,\lambda.$$

Der Einfluss der Temperatur.

Die Temperatur spielt eine sehr wichtige Rolle bei der elastischen Nachwirkung und ich muss bedauern, dass es mir nicht möglich war, eine vollständige Reihe von Beobachtungen über ihren Einfluss auf die Längs-Nachwirkung auszuführen. Da der Thurm nämlich nicht erwärmt werden kann und der Übergang von Sommer- zu Winter-Temperatur während meiner Abwesenheit von Strassburg erfolgte, so konnte nur bei zwei verschiedenen Temperaturen beobachtet werden. Glücklicherweise jedoch scheinen die Beobachtungen sehr gut mit den Versuchen über Torsion übereinzustimmen.

Tabelle IV giebt die Werte von x_1 für $\varphi = 120^0$ und $T = 1$ min bei vier, und ebenso diejenigen von c für $W = 1$ kg und $T = 3$ min bei zwei verschiedenen Temperaturen.

TABELLE IV.

Torsion.		Dehnung.	
τ	x_1	τ	x_1
23^0	7,8	20^0	3,3
19^0	7,1		
16^0	6,7		
11^0	5,8	10^0	2,4

Die Beobachtungen bestimmen den Wert des Temperatur-Coefficienten γ, welcher den Zuwachs der Nachwirkung in Theilen derjenigen bei 10^0 für einen Temperaturzuwachs von 1^0 angiebt, für die Torsion nahe zu:

$$\gamma = 0{,}029$$

Der Wert für die Längs-Nachwirkung wird $\gamma = 0{,}037$ gefunden. Die Beobachtungen sind nicht genau genug, um zu entscheiden, ob der Unterschied wirklich vorhanden ist.

Der Einfluss von Temperaturänderungen auf den Wert von α ist, wenn überhaupt vorhanden, äusserst gering; aus einigen meiner Resultate schliesse ich indessen, dass α mit wachsender Temperatur ein wenig abnimmt.

Nachwirkung am Messing nach länger anhaltender Belastung.

Die genaue Beobachtung der Nachwirkung nach dauernder Dehnung ist höchst schwierig, da selbst eine kleine Belastung, lang genug angewandt hinreichend zu sein scheint, um eine dauernde Veränderung in einem Drahte zu erzeugen.

Aus diesem Grunde konnten keine absolut sicheren Schlüsse hinsichtlich des gegenseitigen Verhaltens der Curven während der Belastung und nach der Entlastung gezogen werden.

Die von Professor Kohlrausch[1]) an Gummifäden angestellten Untersuchungen zeigten, dass für kleine Gestaltsänderungen die beiden Curven mehr und mehr congruent werden, sodass sie für eine sehr kleine Änderung wahrscheinlich zusammenfallen würden.

In Fig. I sind drei Paare von Curven wiedergegeben: die ausgezogenen Linien stellen den Verlauf der Nachwirkung während der Belastung, die punktierten Linien den Verlauf nach der Entlastung dar.

Die den Curven (1) und (2) zu Grunde liegenden Beobachtungen wurden bei einer Temperatur von 20^0 gemacht, während die zu (3) gehörigen Messungen bei 10^0 ausgeführt wurden.

---

[1]) F. Kohlrausch Pogg. Ann. Bd CLVIII S. 337.

In Nr. 3 finden sich zwischen Belastungs- und Entlastungscurven nur kleine Unterschiede.

Die grossen Unterschiede in Nr. 1 können meiner Ansicht nach auf dauernde Gestaltungsänderung durch die Belastung zurückkommen.

Längs-Nachwirkung eines 23 m langen, 0,29 mm dicken Kupferdrahtes.

Zugfestigkeit	2,3 kg.
Constantes Spannungsgewicht	0,44 kg.
Verlängerung für 1 kg, ...	28,00 mm

Während Kupfer einerseits für eine bestimmte Gestaltsänderung eine grössere Nachwirkung zu erkennen gibt, als die anderen untersuchten. Metalle, lässt es anderseits infolge seiner niedrigen Elasticitätsgrenze nur die Anwendung von Gewichten zu, welche verhältnissmässig kleiner sind, als die bei Messing benutzten, und aus diesem Grunde sind auch die gemessenen Grössen im allgemeinen geringer.

TABELLE V.

Kupfer-Dehnung.

T = 0,5 Min.

W = 0,25 kg. L = 700; τ = 18°,0. W = 0,5 kg. L = 1400; τ = 20°,3. W = 0,6 kg. L = 1680; τ = 18°,6.

t	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ
0,5	1,2	0,90	+,30	2,8	2,53	+,27	4,0	3,47	+,53
1	0,8	0,71	+,09	2,0	2,00	±,00	2,6	2,74	—,14
2	0,6	0,56	+,04	1,6	1,58	+,02	2,2	2,16	+,04
3	0,5	0,49	+,01	1,4	1,38	+,02	2,0	1,88	+,12
5	0,3	0,41	—,11	1,2	1,16	+,04	1,6	1,58	+,02
7				1,0	1,03	—,03	1,4	1,41	—,01
10	0,2	0,33	—,13	0,9	0,92	—,02	1,3	1,25	+,05
15				0,8	0,80	±,00	1,1	1,09	+,01
20				0,7	0,74	—,04	1,0	1,01	—,01

c = 0,713 c = 2,002 c = 2,737

α = 0,34

$$x = \frac{c}{t^{\alpha}}.$$

W = 0,5 kg. L = 1400

T = 3 min; $\tau = 10^0,0$. T = 20 min; $\tau = 10^0,1$

t	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ
1	3,6	3,67	—,07	7,7	7,67	+,03
2	3,2	3,10	+,10	6,7	6,61	+,09
3	2,8	2,76	+,04	6,0	5,99	+,01
5	2,3	2,33	—,03	5,3	5,21	+,09
7	2,0	2,05	—,05	4,6	4,69	—,09
10	1,8	1,75	+,05	4,0	4,15	—,15
15	1,4	1,42	—,02	3,5	3,53	—,03
20	1,1	1,18	—,08	3,0	3,09	—,09
30	0,9	0,84	+,06	2,5	2,47	+,03
50				1,7	1,69	+,01
70				1,3	1,17	+,13

c = 3,67 c = 7,67

p = 0,001370 p = 0,002515

$$x = c - p\,L\log t.$$

Tabelle V gibt die Nachwirkung für eine 0,5 Minuten wirkende Belastung von 0,25 kg., 0,5 kg. und 0,6 kg., sowie auch für eine 3 resp. 20 Minuten dauernde Belastung von 0,5 kg. Die drei ersten Reihen sind nach Formel 2 berechnet und lassen hinsichtlich der Uebereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Werten nichts zu wünschen übrig; α ist hier etwas kleiner als bei Messing.

Die elastische Nachwirkung wächst hier verhältnissmässig etwas schneller als das Gewicht W; sie lässt sich für T = 0,5 min. und $\tau = 20^0,0$ darstellen durch:

$$x_1 = 2{,}62\ W + 2{,}97\ W^2$$
$$= 0{,}00094\ L + 0{,}00000038\ L^2.$$

Wir erhalten dann

TABELLE VI a.

W	x beob.	x_1 ber.	Δ
0,25	0,84	0,84	± 0,00
0,50	1,99	2,05	— 0,06
0,60	2,68	2,64	+ 0,04

Die Abhängigkeit von der Dauer T stellen wir für die Belastung 0,5 Kg. und die Temperatur 20,°0 dar durch

$$x_1 = 2{,}71 . T^{0{,}44}$$

und bekommen

TABELLE VI b.

T	x_1 beob.	x_1 ber.	Δ
0,5	1,99	2,00	—,01
1	2,70	2,71	—,01
3	4,68	4,39	+,29
20	10,01	10,11	—,10

Zusammenfassend können wir also für 20° schreiben:

$$x_1 = (0{,}00127\ L + 0{,}0000005 .\ L^2) \cdot T^{0{,}44}$$

Die beiden letzten Reihen der Tabelle V habe ich nach der von Boltzmann angegebenen Formel

$$x = p\ L \log \frac{t + T}{t}$$

zu berechnen versucht, jedoch gefunden, dass die Formel keine befriedigenden Resultate liefert.

Dagegen gibt die Formel

$$x = c - p\ L \log .\ t$$

Werte, welche mit der Beobachtung gut übereinstimmen.

Diese Formel ist praktisch gleich derjenigen, von welcher Professor Kohlrausch[1] in anderer Weise ausging, als er der Formel für T = ∞ einen Sinn zu geben suchte.

[1] Kohlrausch. Pogg. Ann. 1877 Bd. 160 pag. 225.

Torsions-Nachwirkung am Kupferdraht.

TABELLE VII.

Kupfer-Torsion.

T = 1 Min.

$\varphi=20^{\circ}$; $\tau = 20^{\circ},2$ $\varphi=30^{\circ}$; $\tau = 19^{\circ},9$ $\varphi=40$; $\tau = 18^{\circ},6$

t	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ
0,5	11,5	11,19	+,31	18,0	17,57	+,43	25,5	24,79	+,71
1	7,9	7,86	+,04	12,5	12,34	+,16	17,6	17,41	+,19
2	5,4	5,52	—,12	8,8	8,66	+,14	12,5	12,23	+,27
3	4,4	4,49	—,09	6,9	7,04	—,14	9,8	9,94	—,14
5	3,4	3,46	—,06	5,1	5,43	—,33	7,4	7,66	—,26
7	2,9	2,91	—,01	4,4	4,57	—,17	6,2	6,45	—,25
10	2,5	2,43	+,07	3,8	3,81	—,01	5,2	5,38	—,18
15	2,1	1,98	+,12	3,2	3,10	+,10	4,3	4,37	—,07
20	1,9	1,71	+,19	2,8	2,68	+,12	3,5	3,78	—,28

c = 7,86 c = 12,34 c = 17,41

$\alpha = 0,51$

$$x = \frac{c}{t^{\alpha}}$$

Die Tabelle VII zeigt einerseits dass die Curven der Torsions-Nachwirkung für Kupfer nach verschiedenen Drehungswinkeln nahezu ähnlich sind. Doch scheint für grössere Torsionen die Rückkehr zur Ruhelage ein wenig schneller vor sich zu gehen als für kleinere.

Der Wert von α ist grösser als bei der Dehnung, aber nicht so gross wie bei Messing; x_1 wächst etwas schneller als der Drehungs-Winkel und sein Wert für T = 1 min. und $\tau = 20^{0},0$ ist als eine quadratische Funktion von φ gegeben:

$$x_1 = 0,324\ \varphi + 0,0033\ \varphi^2,$$

oder, da jeder Scalenteil gleich $0,014^{0}$ ist, in Bogengraden

$$x_1 = 0,00454\ \varphi + 0,000046\ \varphi^2$$

Es ist also für kleine Torsionswinkel von der Dauer 1 min. bei 20^0

$$\lambda' = 0{,}014 \frac{x_1}{\varphi} = 0{,}0045.$$

Für die Längsnachwirkung ergab sich $\lambda = 0{,}00127$, mithin

$$\lambda' = 3{,}6\,\lambda.$$

Einfluss der Temperatur auf Kupfer.

In der folgenden Tabelle VIII sind für verschiedene Temperaturen die Nachwirkungen zusammengestellt, wie sie sich bei der Torsion für $\varphi = 20^0$ und $T = 1$ Minute, und bei der Dehnung für $W = 0{,}5$ kg und $T = 0{,}5$ Minuten ergeben haben:

TABELLE VIII.

τ	x_1 Torsion.	x_1 Dehnung.
20^0	7,8	2,0
15^0	6,8	—
12^0	6,2	—
10^0	—	1,6

Für γ findet man bei der Torsion $\gamma = 0{,}034$, also nahe denselben Wert, wie für den Temperatur-Coefficienten von Messing.

Für die Dehnung ergab sich 0,025.

Nachwirkung in einem Kupferdrahte nach länger dauernder Belastung.

Kupfer zeigt in bedeutend stärkerem Maasse als Messing die Eigenschaft, bei anhaltender Belastung eine dauernde Veränderung zu erleiden; die Untersuchung war dementsprechend noch schwieriger; aber die Schlüsse, die wir aus den Beobachtungen ziehen können, sind befriedigender, als es bei Messing der Fall war.

Fig. (II) zeigt zwei Paare von Curven; die ausgezogenen Linien stellen, wie früher, die Nachwirkungs-Curve während der Belastung, die punktierten Linien ebenso den Verlauf der Nachwirkung nach der Entlastung dar.

Nr. 1 (W = 0,3 kg, T = 5500 Minuten, Durchschnittstemperatur $\tau = 10,^{0}1$) zeigt eine dauernde Veränderung, welche nahezu ein Viertel der ganzen Curvenhöhe beträgt, und es ist somit offenbar zwecklos, einen Vergleich zwischen den beiden Teilen anzustellen.

Nr. 2 (W = 0,15 kg; T = 2800 Minuten, Durschnittstemperatur $\tau = 11^{0}$) lässt eine dauernde Veränderung von einem Sechszehntel der ganzen Curvenhöhe erkennen; dass dies wirklich als eine dauernde Veränderung und nicht etwa als eine Folge der langsameren Rückkehr der punktierten Linie anzusehen ist, kann ich mit Bestimmtheit behaupten, weil ich den Draht länger als eine Woche nach der zuletzt eingetragenen Messung beobachtet und gefunden habe, dass die Stellung der Marke während dieser Zeit sich nicht um 0,001 mm änderte. Dasselbe gilt von der Curve Nr. 1, obgleich ich in diesem Falle den Draht nur 3 Tage beobachtet habe. Ich halte es daher für wahrscheinlich, dass die Curven, falls keine Veränderung stattgefunden hätte, coincidieren würden; mag dies aber der Fall sein oder nicht, soviel ist jedenfalls sicher, dass, *die durch länger dauernde Belastung hervorgerufene Nachwirkung zu ihrem Verschwinden ungefähr ebensoviel Zeit braucht, als vorher zu ihrer Erzeugung erforderlich war.*

Längs-Nachwirkung an einem 23 m langen und 0,32 mm dicken Silberdraht.

Zugfestigkeit	3,8 kg
Constantes Spannungsgewicht	0,65 kg
Verlängerung für 1 kg	38,00 mm

TABELLE IX.

Silber-Dehnung.

	T = 1 Min.												W = 0,6 kg. L = 2280.					
	W = 0,4 kg. L = 1520 τ = 10°,0			W = 0.6 kg. L = 2280 τ = 9°,8			W = 0,8 kg. L = 3040 τ = 9°,0			W = 1 kg. L = 3800 τ = 9°,9			T = 10 Min; τ = 9°,0			T = 30 Min.; τ = 7°,8		
t	x		Δ	x		Δ	x		Δ	x		Δ	x		Δ	x		Δ
	beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.	
0.5	1,6	1,31	+,29	2,3	2,08	+,22	2,7	2,37	+,33	3,8	3,56	+,24						
1	1,1	1,09	+,01	1,7	1,72	−,02	2,0	1,97	+,03	3,0	2,95	+,05	3,4	3,48	−,08	6,2	6,28	−,08
2	0,9	0,90	±,00	1,4	1,43	−,03	1,7	1,63	+,07	2,6	2,45	+,15	3,0	2,95	+,05	5,5	5,54	−,04
3	0,8	0,81	−,01	1,3	1,28	+,02	1,5	1,46	+,04	2,3	2,19	+,11	2,7	2,64	+,06	5,2	5,10	+,10
5	0,7	0,71	−,01	1,2	1,12	+,08	1,2	1,28	−,08	2,0	1,91	+,09	2,2	2,25	−,05	4,6	4,56	+,04
7				1,0	1,02	−,02	1,1	1,16	−,06	1,7	1,74	−,04	2,0	1,99	+,01	4,2	4,20	±,00
10	0.6	0,59	+,01	0,9	0,93	−,03	1,0	1,06	−,06	1,5	1,58	−,08	1,8	1,71	+,09	3,8	3,81	−,01
15										1,2	1,42	−,22	1,4	1,40	±,00	3,4	3,38	+,02
20										1,0	1,31	−,31	1,2	1,18	+,02	3,2	3,07	+,13
40													0,6	0,65	−,05	2,3	2,33	−,03
60																1,9	1,89	+,01
80																1,5	1,58	−,08
	c = 1,090			c = 1,722			c = 1,968			c = 2,951			c = 3,48			c = 6,28		
	α = 0,27			α = 0,27			α = 0,27			α = 0,27			p = 0,000776			p = 0,001082		

$x = \frac{c}{t^{\alpha}}$ $\qquad$ $x = c - pL \log t.$

Die Tabelle IX enthält die Resultate von sechs Beobachtungen, von denen die ersten vier nach Formel II mit gemeinschaftlichem Exponent α berechnet sind. Letzterer ist hier kleiner als der entsprechende Wert bei Messing und Kupfer.

Abgesehen von den ziemlich unsicheren Beobachtungen für $t = 0{,}5$ Minuten in den ersten drei ist die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werten gut, da Δ immer kleiner als 0,001 mm bleibt. Die vierte Reihe (W = 1 kg) zeigt keine so grosse Übereinstimmung und die Vermutung liegt nahe, dass vielleicht in diesem Falle die Belastungen der Elasticitätsgrenze etwas zu nahe gekommen waren, wodurch die Nachwirkung unregelmässig zu werden scheint.

Es scheint freilich andrerseits auch, als ob die Nachwirkung nach grösseren Dehnungen etwas rascher ablaufe. Ein grösseres α würde die Reihe Nr. 3 und noch mehr Nr. 4 verbessern.

TABELLE X.

T	x_1 beob.	x_1 ber.	Δ
0,5	1,56	1,71	—0,15
1	2,23	2,23	±0,00
3	3,72	3,39	+0,33
10	4,52	5,35	—0,83
30	8,56	8,12	+0,44

Die obige Tabelle gibt für verschiedene Werte von T und für W = 0,6 kg und $\tau = 20^0$ die entsprechenden Werte von x_1.

Die Rechnung geschieht nach:

$$x_1 = 2{,}23 \cdot T^{0{,}38}.$$

x_1 ändert sich ungefähr proportional mit W und als allgemeinen Ausdruck bei $\tau = 20^0$ können wir schreiben:

$$x_1 = 3{,}74 \cdot W \cdot T^{0{,}38},$$

oder durch die Verlängerung ausgedrückt:

$$x_1 = 0{,}00098\,L \cdot T^{0{,}38} \text{ also } \lambda = 0{,}00098.$$

Diejenigen Reihen, welche die Nachwirkung für grössere Werte von T angeben, sind nach der Formel:

$$x = c - p\,L \log t$$

berechnet und zeigen sehr gute Uebereinstimmung mit der Beobachtung.

Dass auch die Reihen Nr. 1 bis 3 sich hiernach gut darstellen lassen, zeigt Tabelle XI.

TABELLE XI.

Silber-Dehnung.

T = 1 Min.

W = 0,4 kg. L = 1520 τ = 10°,0 | W = 0,6 kg. L = 2280 τ = 9°,8 | W = 0,8 kg. L = 3040 τ = 9°,0

t	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ
1	1,1	1,07	+,03	1,7	1,68	+,02	2,0	1,97	+,03
2	0,9	0,92	—,02	1,4	1,45	—,05	1,7	1,67	+,03
3	0,8	0,83	—,03	1,3	1,32	—,02	1,5	1,49	+,01
5	0,7	0,72	—,02	1,2	1,16	+,04	1,2	1,27	—,07
7				1,1	1,05	+,05	1,1	1,12	—,02
10	0,6	0,57	+,03	0,9	0,93	—,03	1,0	0,97	+,03

c = 1,07 c = 1,68 c = 1,97

p = 0,000329

x = c — p L log t.

TABELLE XII.

Silber-Torsion.

T = 1 Min.

φ = 60°; τ = 18°,2 | φ = 90°; τ = 17,°2 | φ = 150°; τ = 20°,0

t	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ	x beob.	x ber.	Δ
0,5	9,5	10,28	—,78	14,5	14,79	—,29	28,0	28,05	—,05
1	7,2	7,32	—,12	10,2	10,53	—,33	19,8	19,97	—,17
2	5,4	5,21	+,19	7,8	7,50	+,30	14,3	14,22	+,08
3	4,4	4,28	+,12	6,1	6,16	—,06	11,1	11,67	—,57
5	3,3	3,33	—,03	4,9	4,79	+,11	9,4	9,08	+,32
7	2,7	2,82	—,12	4,2	4,06	+,14	8,0	7,70	+,30
10	2,3	2,37	—,07	3,6	3,41	+,19	6,8	6,46	+,34
15							5,4	5,30	+,10
20							4,6	4,60	±,00
40							3,6	3,28	+,32

c = 7,32 c = 10,53 c = 19,97

$\alpha = 0,49$

$x = \frac{c}{t^{\alpha}}$

Torsions-Nachwirkung des Silbers.

Die Resultate, welche drei Beobachtungsreihen bezüglich der Torsions-Nachwirkung in dem Silberdrahte für $T = 1$ Minute ergeben, sind in Tabelle XII (vorige S.) enthalten. Die theoretischen Werte wurden mit $\alpha = 0{,}49$ für alle Reihen nach Formel 2 berechnet. x_1 ist sehr nahe proportional zu φ und für $\tau = 20^0$ ergibt sich in Scalenteilen:

$$x_1 = 0{,}129\,\varphi\,,$$

oder durch Multiplikation mit 0,014 (dem Werte eines Scalenteiles in Bogengraden):

$$0{,}014\,\frac{x_1}{\varphi} = \lambda' = 0{,}0018\,;\ \text{hieraus folgt für } \tau = 20^0$$

$$\lambda' = 1{,}84\,\lambda\,.$$

Professor Kohlrausch[1]) fand bei seinen Untersuchungen über die Torsions-Nachwirkung bei Silber an einem Drahte, welcher 125 mm lang war und einen Durchmesser von 0,092 mm hatte, für eine Torsion von 1 Minute bei 20^0 Temp, $\alpha = 0{,}39$ und $\lambda' = 0{,}00102$, wir dagegen 0,49 und 0,0018.

Dieser Unterschied liess mich vermuten, dass vielleicht der Durchmesser des Drahtes die Nachwirkung beeinflussen könnte. Ich liess daher ein Stück des zu den obigen Untersuchungen benutzten Drahtes bis fast auf die Hälfte des früheren Durchmessers ausziehen, konnte indess nicht finden, dass diese Reduktion des Durchmessers die Nachwirkung selbst oder den Gang ihres Verschwindens irgendwie ändert.

Es ist daher eher wahrscheinlich, dass der Umstand, dass mein Draht reines Silber, der von Kohlrausch gebrauchte aber ein wenig legiert war, die erwähnte Verschiedenheit bedingt hat.

Einfluss der Temperatur.

Der Einfluss der Temperatur auf die Nachwirkung bei Silber scheint derselbe zu sein, wie bei Messing.

Für die Längs-Nachwirkung habe ich indessen in dieser Hinsicht keine Untersuchungen anstellen können, da der betreffende

[1]) Kohlrausch, Pogg. Ann. 1876. CLVIII S. 342.

Draht vor Eintritt der Wintertemperatur nicht benutzt werden konnte.

Für die Torsion sind in Tabelle XIII aus vier bei verschiedenen Temperaturen gemachten Beobachtungen die Nachwirkungen zur Zeit 1 Minute zusammengestellt.

TABELLE XIII.

τ	x_1 (Torsion)
20^0	15,8
16^0	14,4
12^0	12,3
8^0	11,1

$\varphi = 120^0$ T = 1 Min.

Hieraus folgt als Wert für den Temperaturcoefficienten ein ähnlicher Wert wie früher, nämlich:

$$\gamma = 0{,}036.$$

Längs-Nachwirkung bei länger dauernder Belastung.

Fig. III zeigt zwei Curven, welche den Verlauf der Nachwirkung während der Belastung und nach der Entlastung für T = 2880 Minuten und W = 0,4 kg. bezw. W = 0,2 kg. wiedergeben. Die Resultate sind hier etwas besser als bei Messing und Kupfer, obgleich sie noch lange nicht befriedigend genannt werden können. Wie die anderen Drähte, so scheint auch der Silberdraht nach länger dauernder Spannung etwa eben so lange unter dem Einfluss der Nachwirkung zu stehen, als die Zeit der Spanung währte.

Um eine genauere Vergleichung, als es Fig. III gestattet, zu ermöglichen, sind in Tabelle XIV die beobachteten Werte von x aufgeführt und zugleich die nach der Formel:

$$x = c - p\,L \log t$$

berechneten Werte des Curventheiles No. 1, welcher den Verlauf der Nachwirkung nach der Entlastung darstellt, hinzugefügt.

TABELLE XIV.

Silber-Dehnung.

T = 2880 Min.

W = 0,4 kg. L = 1520

t	Belastung. x beob.		Entlastung. x beob.	x ber.	Δ
1	15,0		15,0	15,8	—,8
2	14,4		14,4	14,8	—,4
3	14,0		14,0	14,2	—,2
5	13,6		13,7	13.4	+,3
10	12,4		13,2	12,4	+,8
20	11,6		12,0	11,3	+,7
40	10,6		11,0	10,3	+,7
60	9,6		10,1	9,7	+,4
120	8,4		9,3	8,6	+,7
180	7,4		8,2	8,0	+,2
300	6,3		6,8	7,3	—,5
1340	2,4		4,2	5,0	—,8
2880	0,0		3,4	3,9	—,5

$\tau = 8^{\circ},2$

$c = 15,8$

$p = 0,00227$

$\tau = 8,5$

$x = c - p \log t.$

Die beiden Curven, welche das Verhalten der Nachwirkung nach der Befreiung von der Belastung darstellen, scheinen ziemlich ähnlich und die Ordinaten ihrer einzelnen Punkte den entsprechenden Gewichten nahezu proportional zu sein, trotz alledem ist sowohl hinsichtlich dieser Proportionalität als auch der Aehnlichkeit der Curven der erforderliche Grad von Genauigkeit bei weitem nicht erreicht.

Ebenso ist die Uebereinstimmung mit den berechneten Curven bei No. 1 sehr gering. Vgl. hierüber die Schlussbemerkung.

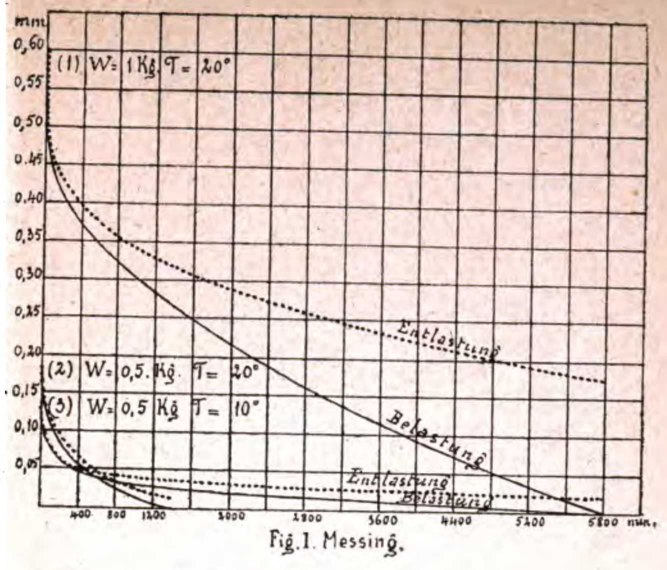


Fig. I. Messing.

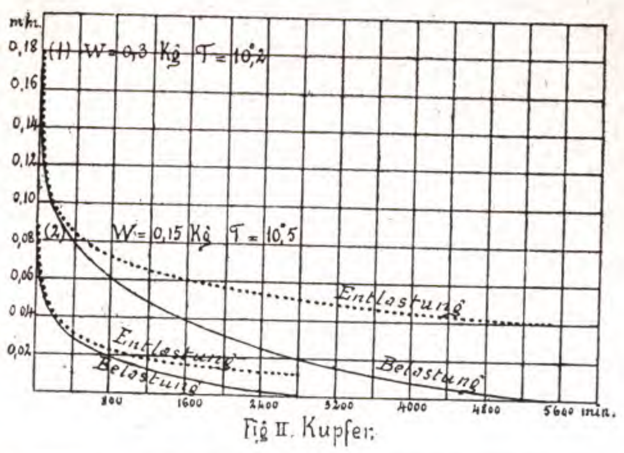


Fig II. Kupfer.

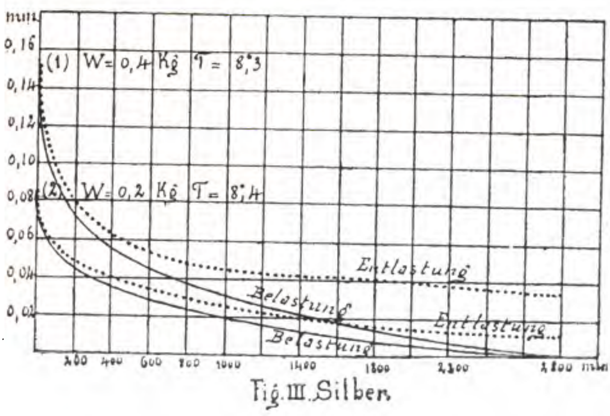


Fig. III. Silber.